

文章编号:1000-8055(2013)03-0494-07

成败型产品基于验后概率的 Bayes 序贯检验技术

刘 琦, 王 囡, 唐 旻

(国防科学技术大学 信息系统与管理学院, 长沙 410073)

摘 要: 分析了基于损失的 Bayes 检验方法和基于风险的 SPOT(sequential posterior odd test)方法存在的不足. 对装备试验与评价中成败型产品的 Bayes 序贯检验, 在给定的两类风险要求下, 建立了基于验后概率的 Bayes 序贯检验模型(PBSTM), 给出了模型的求解算法和实际验后风险的计算公式. 最后结合装备可靠性分析案例, 进行了示例分析, 从数据上证明了 PBSTM 模型优越性和有效性. 研究结果表明: PBSTM 模型从理论上保证了序贯检验的结论同时满足小概率事件原理和两类风险要求, 避免了现有假设检验方法存在的不足.

关 键 词: Bayes 方法; 验后概率; Bayes 序贯检验; 验后风险; 成败型产品

中图分类号: V231.9; TP114

文献标志码: A

Bayes sequential test technique for binomial product based on posterior probability

LIU Qi, WANG Nan, TANG Min

(College of Information System and Management,
National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: Defects of Bayes hypothesis test method based on posterior loss and sequential posterior odd test (SPOT) method based on risks were analyzed. According to the requirement of binomial product's Bayes sequential test in equipment test and evaluation, considering the constraints of producer's risk and consumer's risk, posterior probability based sequential test model (PBSTM) was constructed, the PBSTM solving algorithm and formulas of actual posterior risks were presented. At last, with an example in equipment reliability analysis, the superiority and effectiveness of PBSTM was proved by data. The result shows: PBSTM guaranteed in theory that the results of sequential test can satisfy the small probability event principle and risks requirement simultaneously, and avoid the defects of existing methods.

Key words: Bayes method; posterior probability; Bayes sequential test;
posterior risk; binomial product

当前世界各国都非常重视对航空航天装备的研究与应用,而在航空航天装备的战技指标分析中,可靠性作为关键的战术技术指标,受到研制方与使用方的重点关注.然而,对于航空航天装备的现场试验,具有试验成本高、毁伤大、试验周期长、试验样本量小等特点,难以采用经典统计推断方

法对其进行统计分析试验. Bayes 方法由于能够充分利用各种战术技术指标相关的验前信息,降低现场试验样本量需求,从而受到国内外相关学者和装备试验单位的青睐^[1].

在 Bayes 方法中, Bayes 序贯试验将经典序贯试验理论与 Bayes 方法结合起来,采取“试试看

收稿日期:2012-04-16

网络出版地址: http://www.cnki.net/kcms/detail/11.2297.V.20130326.1743.201303.494_003.html

基金项目:国家自然科学基金(70971133)

作者简介:刘琦(1974—),男,山西运城人,副教授、硕士生导师,博士,主要从事装备试验与评价,系统评价与决策分析研究.

看,看看试试”的思路进行试验,节省了试验时间、减少了试验次数^[2]. Bayes 序贯检验技术是 Bayes 序贯试验方法的一个种重要研究领域^[3],国内外专家对其进行了广泛而深入地研究. Ganesan 等^[4]提出了 Bayes 序贯概率比试验方法,该方法在考虑了灵敏性、稳健性及操作性的监测进程中效率很高. Kulacsy^[5]将 Bayes 方法与经典方法的序贯概率比检验进行了对比分析. GUO Bo 等^[6]采用序贯验后加权检验方法来检验对数正态分布中的未知参数,通过确定 MTTR(mean time to repair)的门限值,给出了样本量的计算方法. Peskir 等^[7]提出采用 Bayes 序贯检验方法进行观测过程服从泊松分布的两类简单假设检验. 对于复杂假设条件下,方差的 Bayes 序贯检验,刘琦等^[8-9]建立了 BSVT(Bayes sequential variance test)模型及 MBSVT(modified Bayes sequential variance test)模型,设计了继续试验区临界值的求解方案,对“强制”截尾条件下的假设检验判决准则进行了论述,并给出了 MBSVT 模型样本量均值的求解算法. 张金槐^[10]在 Stein 的双子样序贯估计的基础上构造了 Bayes 双子样序贯估计,给出了以序贯 Bayes 检验为出发点,使检验和序贯估计相联合的分析方法. XING Yunyan 等^[11]针对指数型寿命系统下可维修系统的可靠性增长模型,以定数截尾试验为例,提出了 Bayes 序贯检验方法.

从文献检索情况看,针对 Bayes 序贯检验方法,虽然进行了详细地讨论,但仍存在两点不足:①没有从概率意义上讨论决策的合理性及约束条件的可行性^[12];②没有从统计检验的“小概率事件原理”角度解释决策方案^[13].

本文首先分析了基于验后期望损失的假设检验方法及 SPOT(sequential posterior odd test)方法的不足之处. 在此基础上,提出了成败型产品基于验后概率的 Bayes 序贯检验的基本假设,建立了 PBSTM,并证明用此方法得出的实际验后风险低于给定验后风险. 最后,以某装备的成败型可靠性试验分析为例进行了实例分析.

1 现有假设检验方法的不足

在装备试验鉴定中,令需要考核的战术技术指标为可靠度^[14],记为 R ,设对 R 的统计假设为

$$H_0: R \geq R_0 \quad H_1: R < R_1$$

在上述假设中, R_0 为使用方与研制方在合同中规定的取值, R_1 为使用方要求的可靠度的最低取

值,并且有 $R_0 \geq R_1$.

利用 Bayes 方法进行统计分析时,假设通过历史信息、子系统信息等的分析,得出的验前分布为 $\pi(R)$,现场试验数据为 $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$,其中 x_i 的取值为 0 或者 1,分别表示第 i 次试验失败或成功,记 $y = \sum_{i=1}^n x_i$ 为 n 次试验中的成功次数,则现场试验的结果可表示为 (n, y) . 由 Bayes 公式计算,可得验后分布 $\pi(R | (n, y))$.

运用 Bayes 假设检验方法对 R 进行假设检验时有两种方法,一种是基于验后期望损失的假设检验,一种是基于风险的 SPOT 或 SPRT(sequential probability ratio test)方法.

1) 基于验后期望损失的假设检验

设损失函数 $L(R, a)$ ^[3] 为

$$L(R, a_i) = \begin{cases} C_{ij} & \text{if } R \in \Theta_j \\ C_{ii} & \text{if } R \in \Theta_i \end{cases} \quad i, j = 0, 1$$

其中 a_i 表示采纳假设 $H_i (i = 0, 1)$ 的行为, $\Theta_0 = \{R | R \geq R_0\}$, $\Theta_1 = \{R | R < R_1\}$

在上述假设下, Bayes 检验的决策法则为

$$\frac{P(H_1 | (n, y))}{P(H_0 | (n, y))} \underset{\text{acc. } H_1}{<} \frac{C_{10} - C_{00}}{C_{01} - C_{11}} \quad (1)$$

式(1)中 $P(H_0 | (n, y))$, $P(H_1 | (n, y))$ 分别为 H_0, H_1 成立的验后概率.

2) SPOT 方法

SPOT 方法^[15]根据给定的两类风险 α_{π_0} 和 β_{π_1} , 事先确定常数 $A, B (0 < A < 1 < B)$, 其中

$$A = \frac{\beta_{\pi_1}}{\pi_0 - \alpha_{\pi_0}}, \quad B = \frac{\pi_1 - \beta_{\pi_1}}{\alpha_{\pi_0}} \quad (2)$$

式(2)中 $\pi_0 = P(H_0)$, $\pi_1 = P(H_1)$, 分别表示 H_0, H_1 成立的验前概率.

记第 n 次试验后, H_0, H_1 成立的验后加权比为 O_n , 则

$$O_n = \frac{P(H_1 | (n, y))}{P(H_0 | (n, y))} \quad (3)$$

运用 SPOT 方法进行序贯决策的步骤为

- 1) 当 $O_n \leq A$ 时, 终止试验, 采纳假设 H_0 ;
- 2) 当 $O_n \geq B$ 时, 终止试验, 采纳假设 H_1 ;
- 3) 当 $A < O_n < B$ 时, 不作决策, 继续下一次试验.

目前, 上述两种检验方法已有了大量的研究成果, 且在工程上也得到了广泛地应用, 但仍存在一定的不足, 主要体现在

1) 基于验后期望损失的检验方法注重于对 H_0, H_1 的验后概率 $P(H_1 | (n, y)), P(H_0 | (n, y))$ 绝对值大小的比较. 如损失函数为 0-1 损失函数, 即 $C_{00} = C_{11} = 0, C_{01} = C_{10} = 1$ 时, 有如下的决策法则:

$P(H_1 | (n, y)) > P(H_0 | (n, y))$, 接受 H_1 ;

$P(H_1 | (n, y)) < P(H_0 | (n, y))$, 接受 H_0 .

上述情况对于 $P(H_1 | (n, y)), P(H_0 | (n, y))$ 比较近似时, 是非常不利的. 如当 $R_0 = R_1$ 时, 若 $P(H_1 | (n, y)) = 0.55$, 则 $P(H_0 | (n, y)) = 0.45$. 此时, 虽然可以做出拒绝 H_0 的决策, 但这种决策不仅具有较大的风险, 而且决策的稳定性较差. 这是因为, 如果再多进行几次抽样, 选择了对 H_0 有利的样本, 可能就会改变 $P(H_0 | (n, y))$ 的值, 做出相反的决策.

另一方面, 基于验后期望损失的假设检验方法在概率意义上存在不足, 如 $C_{00} = C_{11} = 0, C_{01} = 1, C_{10} = 3$ 时, 有如下的决策法则:

若 $P(H_1 | (n, y)) > 3P(H_0 | (n, y))$, 则接受 H_1 ;

若 $P(H_1 | (n, y)) < 3P(H_0 | (n, y))$, 则接受 H_0 .

当 $R_0 = R_1$ 时, 若 $P(H_1 | (n, y)) = 0.7$, 则有 $P(H_0 | (n, y)) = 0.3$, 而按上述规则, 仍需做出采纳 H_0 的决策, 但从概率上 $P(H_0 | (n, y))$ 是相对较小的, 这从概率意义上是让使用方人员难以接受的.

2) 相对基于验后损失的决策方法, SPOT 方法没有损失函数确定上的不足, 但存在如下的隐含条件:

$\pi_0 > \alpha_{\pi_0} + \beta_{\pi_1}$. 因为要求 $0 < A < 1$, 所以有 $\pi_0 > \alpha_{\pi_0}$, 且 $\beta_{\pi_1} < \pi_0 - \alpha_{\pi_0}$, 从而可得 $\pi_0 > \alpha_{\pi_0} + \beta_{\pi_1}$.

$\pi_1 > \alpha_{\pi_0} + \beta_{\pi_1}$. 因为要求 $B > 1$, 所以有 $\pi_1 > \beta_{\pi_1}$, 且 $\pi_1 - \beta_{\pi_1} > \alpha_{\pi_0}$, 从而可得 $\pi_1 > \alpha_{\pi_0} + \beta_{\pi_1}$.

在试验鉴定中, 通常 $\alpha_{\pi_0}, \beta_{\pi_1}$ 是事先给定的, 而 π_0, π_1 是由验前信息确定的, 不一定满足上述的两个约束条件.

SPOT 方法的另一个不足是仅考虑了两类风险, 而没有从统计检验的“小概率事件原理”的角度解释接受或拒绝某个假设事件. 如当设 $\pi_0 = 0.21, \pi_1 = 0.79, \alpha_{\pi_0} = \beta_{\pi_1} = 0.1$, 则 $A = 0.91, B = 6.9$, 表明当抽样的结果满足 $P(H_1 | (n, y))$

$\leq 0.91/1.91 \approx 0.476$ 时, 存在 $O_n \leq 0.91$, 因此, 做出采纳 H_0 拒绝 H_1 的决策. 从验后概率的角度看, 拒绝时, 若 $P(H_1 | (n, y)) = 0.476$ 仍是相对较大的概率值, 而成立的概率 $P(H_0 | (n, y)) = 1 - 0.476 = 0.524$ 也不是较大的概率值. 从而容易在假设检验中难以得到使用方的认可, 那么在装备投入使用后, 仍有较大可能发生故障, 进而造成较大的损失.

有鉴于此, 本文在上述两种方法的基础上, 对基于验后概率的序贯检验方法进行论述, 使接受 H_0 时, 采伪的验后概率较小, 拒绝 H_0 时, 弃真的验后概率较小, 在较大程度上保证了决策的准确性及可信性.

2 基于验后概率的 Bayes 序贯检验模型 (PBSTM)

给定的生产方风险 α 和使用方风险 β , 基于验后概率的 Bayes 序贯检验的基本假设如下:

1) 若 $P(H_1 | (n, y)) \geq 1 - \alpha$, 则拒绝 H_0 , 采纳 H_1 . 这是因为, 若直接拒绝 H_0 , 采纳 H_1 , 从“小概率事件原理”上, 验前分布和现场试验数据应以较大的概率证实 H_1 的正确性. 即从验后概率的角度, H_1 成立的验后概率 $P(H_1 | (n, y))$ 应较大. 所以, 在采纳时, 做如下要求:

$$P(H_1 | (n, y)) \geq 1 - \alpha \quad (4)$$

给定 $\pi(R), n, P(H_1 | (n, y))$ 的计算公式为

$$P(H_1 | (n, y)) = \int_0^{R_1} \pi(R | (n, y)) dR = \frac{\int_0^{R_1} \binom{n}{y} R^y (1-R)^{n-y} \pi(R) dR}{\int_0^1 \binom{n}{y} R^y (1-R)^{n-y} \pi(R) dR} = \left[1 + \frac{\int_{R_1}^1 R^y (1-R)^{n-y} \pi(R) dR}{\int_0^{R_1} R^y (1-R)^{n-y} \pi(R) dR} \right]^{-1} \quad (5)$$

记 $g(y)$ 为

$$g(y) = \left[1 + \frac{\int_{R_1}^1 R^y (1-R)^{n-y} \pi(R) dR}{\int_0^{R_1} R^y (1-R)^{n-y} \pi(R) dR} \right]^{-1} \quad (6)$$

根据 $g(y)$ 的定义, 有

$$g(y+1) = \left[1 + \frac{\int_{R_1}^1 R^y (1-R)^{n-y} \frac{R}{1-R} \pi(R) dR}{\int_0^{R_1} R^y (1-R)^{n-y} \frac{R}{1-R} \pi(R) dR} \right]^{-1} \quad (7)$$

因为 $\frac{R}{1-R}$ 是 R 的单调递增函数, 所以有

$$\begin{aligned} \int_{R_1}^1 R^y (1-R)^{n-y} \frac{R}{1-R} \pi(R) dR &> \\ \int_{R_1}^1 R^y (1-R)^{n-y} \frac{R_1}{1-R_1} \pi(R) dR & \\ \int_0^{R_1} R^y (1-R)^{n-y} \frac{R}{1-R} \pi(R) dR &< \\ \int_0^{R_1} R^y (1-R)^{n-y} \frac{R_1}{1-R_1} \pi(R) dR & \end{aligned} \quad (8)$$

从而有

$$\begin{aligned} \frac{\int_{R_1}^1 R^y (1-R)^{n-y} \frac{R}{1-R} \pi(R) dR}{\int_0^{R_1} R^y (1-R)^{n-y} \frac{R}{1-R} \pi(R) dR} &> \\ \frac{\int_{R_1}^1 R^y (1-R)^{n-y} \frac{R_1}{1-R_1} \pi(R) dR}{\int_0^{R_1} R^y (1-R)^{n-y} \frac{R_1}{1-R_1} \pi(R) dR} &= \\ \frac{\int_{R_1}^1 R^y (1-R)^{n-y} \pi(R) dR}{\int_0^{R_1} R^y (1-R)^{n-y} \pi(R) dR} & \end{aligned} \quad (9)$$

所以

$$\begin{aligned} g(y+1) &= \\ \frac{1}{1 + \frac{\int_{R_1}^1 R^y (1-R)^{n-y} \frac{R}{1-R} \pi(R) dR}{\int_0^{R_1} R^y (1-R)^{n-y} \frac{R}{1-R} \pi(R) dR}} &< \\ \frac{1}{1 + \frac{\int_{R_1}^1 R^y (1-R)^{n-y} \pi(R) dR}{\int_0^{R_1} R^y (1-R)^{n-y} \pi(R) dR}} &= g(y) \end{aligned} \quad (10)$$

因此, 可证明得到 $P(H_1 | (n, y))$ 为 y 的单调递减函数. 根据假设 1), 选择满足式(4)的试验方案可按如下方法进行.

拒绝意味着现场试验中成功次数 y 应是较小的数, 记满足式(4)的最大的 y 为 c , 即

$$c = \max\{y | P(H_1 | (n, y)) \geq 1 - \alpha\} \quad (11)$$

对式进行求解时, 对于 $y = 0, 1, \dots, n$, 可能都不能满足 $P(H_1 | (n, y)) \geq 1 - \alpha$, 则取 $c = -1$, 从而可得

$$c = \max\{-1, y | P(H_1 | (n, y)) \geq 1 - \alpha\} \quad (12)$$

2) 若 $P(H_0 | (n, y)) \geq 1 - \beta$, 则拒绝 H_1 , 采纳 H_0 . 这是因为, 若直接拒绝 H_1 , 而采纳 H_0 ,

依据“小概率事件原理”, 验前分布和现场试验数据应以较大的概率证实 H_0 的正确性. 即从验后概率的角度, H_0 成立的验后概率 $P(H_0 | (n, y))$ 应较大. 所以, 在采纳 H_0 时, 做如下要求:

$$P(H_0 | (n, y)) \geq 1 - \beta \quad (13)$$

给定 $\pi(R), n, P(H_0 | (n, y))$ 的计算公式为

$$\begin{aligned} P(H_0 | (n, y)) &= \int_{R_0}^1 \pi(R | (n, y)) dR = \\ \frac{\int_{R_0}^1 \binom{n}{y} R^y (1-R)^{n-y} \pi(R) dR}{\int_0^{R_1} \binom{n}{y} R^y (1-R)^{n-y} \pi(R) dR} &= \\ \left[1 + \frac{\int_0^{R_0} R^y (1-R)^{n-y} \pi(R) dR}{\int_{R_0}^1 R^y (1-R)^{n-y} \pi(R) dR} \right]^{-1} & \end{aligned} \quad (14)$$

与 $P(H_1 | (n, y))$ 为 y 的单调递减函数的证明过程类似, 同理可证明对于给定 $\pi(R), n, P(H_0 | (n, y))$ 为 y 的单调递增函数. 根据假设 2), 选择满足式(13)的试验方案可按如下方法进行.

接受 H_0 , 意味着现场试验中成功次数 y 应是较大的数, 记满足式(13)的最小的 y 为 s , 即

$$s = \min\{y | P(H_0 | (n, y)) \geq 1 - \beta\} \quad (15)$$

对式(15)进行求解时, 对于 $y = 0, 1, \dots, n$, 可能都不能满足 $P(H_0 | (n, y)) \geq 1 - \beta$, 则取 $s = n + 1$, 从而有

$$s = \min\{n + 1, y | P(H_0 | (n, y)) \geq 1 - \beta\} \quad (16)$$

3) 当上述两种假设都不成立时, 说明不能以较大的概率接受或者拒绝, 则不做决策, 继续进行抽样试验.

3 验后概率与验后风险

由第2节的基本假设 1), 采纳 H_1 、拒绝 H_0 的概率为 $1 - P(H_1 | (n, y)) \leq \alpha$, 即小于给定的生产方风险 α . 这样, 在实际的工程使用中, 可从概率上保证 H_1 成立的正确性. 下面证明在拒绝 H_0 时, 实际的验后风险^[16]也小于给定的 α .

由第2节, 拒绝 H_0 时, n 次试验中的成功次数应满足 $y \leq c$. 记 n 次试验中的成功次数 $y \leq c$ 的事件为“试验失败”事件. 根据验后风险的定义, 实际的验后风险^[16]为

$$\alpha_t = P(H_0 | y \leq c) \quad (17)$$

因此, 实际的验后风险为: 在现场试验数据满足 $y \leq c$ 时, 根据假设检验的判决准则, 应拒绝原

假设,但原假设本身成立的概率,于是有^[16]

$$\alpha_t = \frac{\int_{R_0}^1 \left(\sum_{y=0}^c \binom{n}{y} R^y (1-R)^{n-y} \right) \pi(R) dR}{\int_0^1 \left(\sum_{y=0}^c \binom{n}{y} R^y (1-R)^{n-y} \right) \pi(R) dR} \quad (18)$$

由于 $P(H_0 | (n, y))$ 是 y 的单调递增函数, 所以有

$$\alpha_t = \frac{\sum_{y=0}^c \int_{R_0}^1 \binom{n}{y} R^y (1-R)^{n-y} \pi(R) dR}{\sum_{y=0}^c \int_0^1 \binom{n}{y} R^y (1-R)^{n-y} \pi(R) dR} \leq \frac{\int_{R_0}^1 \binom{n}{c} R^c (1-R)^{n-c} \pi(R) dR}{\int_0^1 \binom{n}{c} R^c (1-R)^{n-c} \pi(R) dR} \leq \alpha \quad (19)$$

由式可知,在考虑验后概率的条件下,实际验后风险 α_t 是满足给定的风险 α 要求的。

由第2节的基本假设2),当采纳 H_0 、拒绝 H_1 的概率为 $1 - P(H_0 | (n, y)) \leq \beta$, 即小于给定的使用方风险 β 。这样,在实际的工程使用中,可从概率上保证成立的正确性。下面证明在拒绝时,实际的验后风险也小于给定的 β 。

由第2节,拒绝 H_1 时, n 次试验中的成功次数应满足 $y \geq s$ 。记 n 次试验中的成功次数 $y \geq s$ 的事件为“试验成功”事件。则由验后风险的定义,实际的验后风险为

$$\beta_t = P(H_1 | y \geq s) \quad (20)$$

因此,实际的验后风险为:在现场试验数据满足 $y \geq s$ 时,根据假设检验的判决准则,应拒绝备择假设,但备择假设本身成立的概率,于是有^[16]

$$\beta_t = \frac{\int_0^{R_1} \left(\sum_{y=s}^n \binom{n}{y} R^y (1-R)^{n-y} \right) \pi(R) dR}{\int_0^1 \left(\sum_{y=s}^n \binom{n}{y} R^y (1-R)^{n-y} \right) \pi(R) dR} \quad (21)$$

由于 $P(H_1 | (n, y))$ 是 y 的单调递减函数,

故有

$$\beta_t = \frac{\sum_{y=s}^n \int_0^{R_1} \binom{n}{y} R^y (1-R)^{n-y} \pi(R) dR}{\sum_{y=s}^n \int_0^1 \binom{n}{y} R^y (1-R)^{n-y} \pi(R) dR} \leq \frac{\int_0^{R_1} \binom{n}{s} R^s (1-R)^{n-s} \pi(R) dR}{\int_0^1 \binom{n}{s} R^s (1-R)^{n-s} \pi(R) dR} \leq \beta \quad (22)$$

由式(22)可知,在考虑验后概率的条件下,实际验后风险 β_t 是满足给定的风险 β 要求的。

4 实例分析

某航空航天装备的可靠性试验为成败型试验,得到其可靠性指标 R 的验前分布为 Beta 分布 $B(500, 30)$, $R_0 = 0.92$, $R_1 = 0.90$, 在假设检验中,要求两类风险满足 $\alpha = \beta = 0.20$ 。

对成败型产品而言, R 的共轭分布为 Beta 分布。对于给定的试验次数 n , 成功次数 y , R 的验后分布为 $B(500 + y, 30 + n - y)$ 。由 Matlab 软件可快速实现 c, s 的求解,基于上述给定数据,最终运算结果如表1所示,得到如下结论:

1) 当 $n \in [0, 32]$ 时, $c = -1$, s 值随着 n 值的增大而增大。该数据结果表明:进行决策时,必然会拒绝 H_1 , 此时不存在弃真风险 α_t , 只存在采伪风险 β_t 。同时,表1的数据表明,采用本文所提出的 PBSTM 所计算出的实际采伪风险 β_t 小于给定采伪风险 β ;

2) 当 $n \in [33, 49]$ 时, c, s 值均随着 n 值的增大而增大。该数据结果表明:进行决策时,同时存在弃真及采伪风险。相较经典 Bayes 序贯检验方法,采用本文所提出的 PBSTM 所计算的实验两类风险小于给定两类风险。

图1表示序贯试验的抽样方案,对应于不同的试验样本,给出了相应的接受区下限 s 、拒绝区上限 c 及相对应的继续试验区。

表1 试验中不同 n 值下的 $c, P_{H_1}, s, P_{H_0}, \alpha_t, \beta_t$ 值

Table 1 Numerical values of $c, P_{H_1}, s, P_{H_0}, \alpha_t$ and β_t for different n in tests

n	c	P_{H_1}	s	P_{H_0}	α_t	β_t	n	c	P_{H_1}	s	P_{H_0}	α_t	β_t
0	-1	0.0003	0	0.9838		0.0001	25	-1	0.5132	16	0.8181		0.0016
1	-1	0.0004	0	0.9758		0.0002	26	-1	0.5635	17	0.8213		0.0015
2	-1	0.0008	0	0.9649		0.0003	27	-1	0.6126	18	0.8245		0.0015

续 表													
n	c	P_{H_1}	s	P_{H_0}	α_t	β_t	n	c	P_{H_1}	s	P_{H_0}	α_t	β_t
3	-1	0.0013	0	0.9504		0.0004	28	-1	0.6596	19	0.8276		0.0014
4	-1	0.0021	0	0.9317		0.0005	29	-1	0.7039	20	0.8307		0.0014
5	-1	0.0033	0	0.9082		0.0008	30	-1	0.7452	21	0.8337		0.0013
6	-1	0.0052	0	0.8796		0.0011	31	-1	0.7830	22	0.8367		0.0012
7	-1	0.0078	0	0.8455		0.0015	32	-1	0.8171	23	0.8397		0.0012
8	-1	0.0116	0	0.8060		0.0021	33	0	0.8133	23	0.8004	0.0046	0.0017
9	-1	0.0167	1	0.8094		0.0021	34	1	0.8094	24	0.8038	0.0039	0.0016
10	-1	0.0237	2	0.8128		0.0020	35	2	0.8055	25	0.8071	0.0034	0.0016
11	-1	0.0328	3	0.8161		0.0019	36	3	0.8015	26	0.8104	0.0030	0.0015
12	-1	0.0445	4	0.8193		0.0018	37	3	0.8336	27	0.8137	0.0021	0.0015
13	-1	0.0592	5	0.8226		0.0018	38	4	0.8300	28	0.8169	0.0018	0.0014
14	-1	0.0774	6	0.8258		0.0017	39	5	0.8263	29	0.8201	0.0017	0.0013
15	-1	0.0993	7	0.8289		0.0016	40	6	0.8226	30	0.8232	0.0015	0.0013
16	-1	0.1253	8	0.8320		0.0016	41	7	0.8189	31	0.8264	0.0014	0.0012
17	-1	0.1553	9	0.8351		0.0015	42	8	0.8151	32	0.8294	0.0013	0.0012
18	-1	0.1895	10	0.8381		0.0014	43	9	0.8113	33	0.8324	0.0012	0.0011
19	-1	0.2277	11	0.8411		0.0014	44	10	0.8074	34	0.8354	0.0012	0.0011
20	-1	0.2695	11	0.8015		0.0019	45	11	0.8035	35	0.8384	0.0011	0.0011
21	-1	0.3145	12	0.8049		0.0019	46	11	0.8351	36	0.8413	0.0008	0.0010
22	-1	0.3622	13	0.8082		0.0018	47	12	0.8315	36	0.8028	0.0007	0.0014
23	-1	0.4117	14	0.8116		0.0017	48	13	0.8279	37	0.8061	0.0007	0.0014
24	-1	0.4623	15	0.8149		0.0017	49	14	0.8243	38	0.8094	0.0007	0.0013

表中: P_{H_1} 为在 n 次试验中,出现 c 次成功时,拒绝 H_0 ,接受 H_1 的概率,为 $y \leq c$ 时接受 H_1 的最小概率; P_{H_0} 为在 n 次试验中,出现 s 次成功时,拒绝 H_1 ,接受 H_0 的概率,为 $y \geq s$ 时接受 H_0 的最小概率; α_t 为 n 次试验中,出现 $y \leq c$ 时,拒绝 H_0 的验后弃真概率; β_t 为 n 次试验中,出现 $y \geq s$ 时,采纳 H_0 的验后采伪概率.

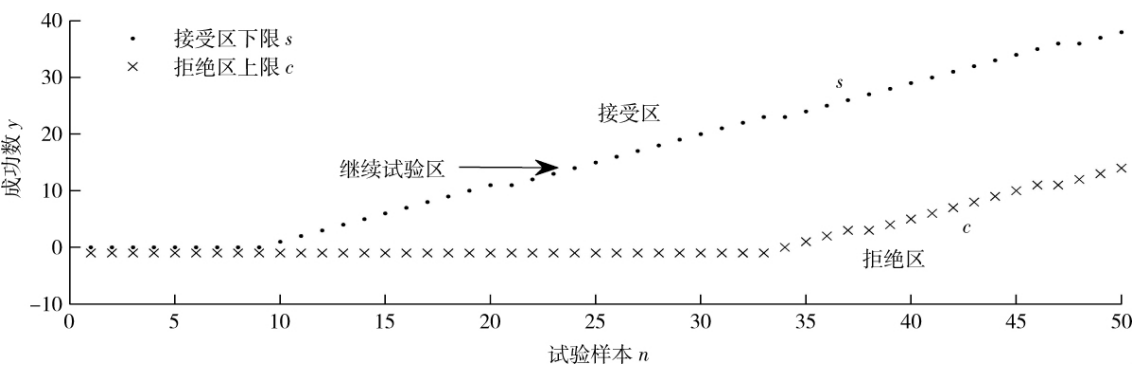


图 1 序贯抽样方案

Fig. 1 Sequential sampling tests

5 结 论

本文以验后期望损失的假设检验方法及 SPOT 方法为基础,提出成败型产品基于验后概率的序贯检验技术,建立了 PBSTM. 从研究情况看,该方法能够使接受 H_0 时,采伪风险较小;拒绝 H_0 时,弃真风险较小. 同时,通过该序贯检验技术得到的两类风险小于给定验后风险,能够更好地保证决策的科学性及可行性.

参考文献:

- [1] Lenard T, Hsu J S J. Bayesian methods[M]. Beijing: China Machine Press, 2006.
- [2] Berger J O, Brown L D, Wolpert R L. A unified conditional frequentist and Bayesian test for fixed and sequential simple hypothesis-testing[J]. The Annals of Statistics, 1994, 22(4): 1787-1807.
- [3] 张金槐, 刘琦, 冯静. Bayesian 试验分析方法[M]. 长沙: 国防科技大学出版社, 2007.
- [4] Ganesan R, Rao A N V, Das T K. A multiscale Bayesian SPRT approach for online process monitoring[J]. IEEE Transactions on Semiconductor Manufacturing, 2008, 21(3): 399-412.
- [5] Kulacsy K. Further comments on the sequential probability ratio testing methods[J]. Annals of Nuclear Energy, 1997, 24(13): 1005-1012.
- [6] GUO Bo, JIANG Ping, XING Yunyan. A censored sequential posterior odd test (SPOT) method for verification of the mean time to repair[J]. IEEE Transactions on Reliability, 2008, 57(2): 243-247.
- [7] Peskir G, Shiryaev A N. Sequential testing problems for Poisson processes[J]. The Annals of Statistics, 2000, 28(3): 859.
- [8] 刘琦, 王固. 基于验后概率的 Bayesian 序贯方差检验技术 (I)[J]. 航空动力学报, 2011, 26(7): 1531-1536.
LIU Qi, WANG Nan. Bayesian sequential variance test technique based on posterior probability: Part I [J]. Journal of Aerospace Power, 2011, 26(7): 1531-1536. (in Chinese)
- [9] 刘琦, 王固. 基于验后概率的 Bayesian 序贯方差检验技术 (II)[J]. 航空动力学报, 2011, 26(7): 1537-1542.
LIU Qi, WANG Nan. Bayesian sequential variance test technique based on posterior probability: Part II [J]. Journal of Aerospace Power, 2011, 26(7): 1537-1542. (in Chinese)
- [10] 张金槐. 正态总体下分布参数的 Bayesian 序贯估计[J]. 国防科技大学学报, 2002, 24(2): 95-100.
ZHANG Jinhuai. Bayesian sequential estimation of the parameter for normal sample[J]. Journal of National University of Defense Technology, 2002, 24(2): 95-100. (in Chinese)
- [11] XING Yunyan, WU Xiaoyue. Bayesian sequential testing for exponential life system with reliability growth[J]. Journal of Systems Engineering and Electronics, 2011, 22(6): 1023-1029.
- [12] LIU Qi, AN Min. A posterior probability based sequential binomial test method for verification of success ratio p [J]. World Journal of Engineering, 2011, 8(4): 313-325.
- [13] Li X R, Li X B. Common fallacies in applying hypothesis testing[R]. New York: Proceedings of the 11th International Conference on Information Fusion, 2008.
- [14] 武小悦, 刘琦. 装备试验与评价[M]. 北京: 国防工业出版社, 2008.
- [15] Berger J O. Statistical decision theory and Bayesian analysis[M]. New York: Springer-Verlag, 1998.
- [16] Hamada M S, Wilson A G, Reese C S, et al. Bayesian Reliability[M]. New York: Physical and Information Science, 2008.